

GPS Disciplined Oscillator
- The Three-cornered hat method
GPS 同期オシレータ - 三つ巴と三角帽子
武安義幸 / JA6XKQ

これまでのデータ測定では、GPS 同期オシレータ (GPS-DO) と TV 同期オシレータ (TV-DO) との相対比較で安定度を評価していました。[1] TV-DO の安定度が、GPS-DO よりも一桁以上良好であれば、測定結果は GPS-DO が支配的と言えます。しかし、TV-DO の安定度について確たるデータが無いので、両者の相対比較だけでは単独の安定度について言及することはできません。唯一言えることは、「いずれのオシレータも、これよりは悪くない」ということだけです。

安定度の測定が相対比較であるため、複数オシレータを比較することで、二者比較での不確定性を排除することができます。最低数として 3 台のオシレータを相互に比較し、個々の安定度を算出します。その手法として Three-cornered hat (三角帽子) 法 [2] があり、GPS-DO の測定に適用してみました。

Three-cornered hat 法

Three-cornered hat 法 (以下、TCH 法と略記) は、NIST (米国 National Institute of Standards and Technology) の研究者が提唱した解析法で、文献 [2] による解説が実務的で判りやすいと思

います。

a、b、c なる三つのオシレータを三つ巴で相対比較した結果 (アラン標準偏差) を σ_{ab} 、 σ_{bc} 、 σ_{ca} とすると、個々のオシレータのアラン標準偏差 σ_a 、 σ_b 、 σ_c との関係は次式となります。

$$\sigma_{ab}^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2$$

$$\sigma_{bc}^2 = \sigma_b^2 + \sigma_c^2$$

$$\sigma_{ca}^2 = \sigma_c^2 + \sigma_a^2$$

この式から個々のオシレータのアラン標準偏差は次式となります。

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_{ab}^2 + \sigma_{ca}^2 - \sigma_{bc}^2)}$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_{ab}^2 + \sigma_{bc}^2 - \sigma_{ca}^2)}$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_{bc}^2 + \sigma_{ca}^2 - \sigma_{ab}^2)}$$

文献 [2] には TCH法を適用する際の注意が以下のように記述されています。

- TCH法の適用は慎重に。TCH法は、高安定度な基準オシレータの代用品ではない。
- 似通った特性の複数オシレータで、どれが一番安定しているかを求めるのにTCH法は適している。
- 似通った特性を持つ複数オシレータの個々の特性を求めるのにTCH法は有効であるが、計算において標準偏差が負となり、適用できない場合がある。TCH法

が適用できない例としては、

- オシレータの安定度が大きく異なる
- オシレータの安定度に相関がある
- データ数が不十分

等がある。

- 上記の不適用領域は、平均時間 が長い領域で生じ易い。
- 三つ巴での相対比較は同時に測定すること。

測定系

自作の GPS-DO の相対基準として、TV-DO と GPS 同期の Z3801A を準備しました。

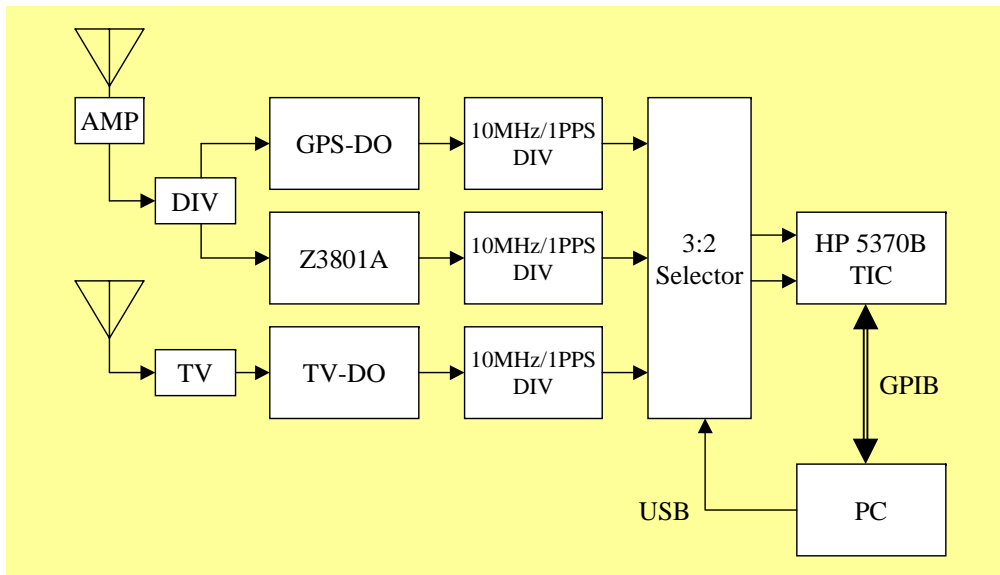


図-1 : 測定系

当初は、TCH 法を適用する際の注意事項を理解していなかったため、「三つ巴での相対比較は同時に測定すること」というポイントを外して、2 台ずつ 3 回に分けて測定を行なっていました。標準偏差が負となる矛盾する計算となったため注意事項を見直し、改めて測定法を「同時測定」に修正した次第です。

また、10 MHz / 1 PPS 分周器について、ディスクリットタイプと PIC タイプ [3] の二種類を、当初は混在させていました。測定ルート間での相違点を少なくするために、位相温度変動が少ないと言われる PIC タイプに 3 ルートを統一しました。

これらの変更を加えた最終的な測定系を、図-1 に示します。

測定結果

まず、三つ巴での相対比較結果を図-2 に示します。GPS-DO と Z3801A が、TV-DO に対してほぼ同等な特性を示しています。

図-2 に示す相対値から前述の TCH 法で計算した個別値を図-3 に示します。

図-3 において、GPS-DO の特性が平均時間の全領域で示されていないのは、計算過程で標準偏差が負となる矛盾を生じたためです。

なお、GPS-DO のフィルタ時定数は 24000 秒です。

考察

測定法と得られた特性について考察を行ないます。

平均時間が全領域で TCH 法が成立しない理由として前述の注意事項を再度検討してみると、「オシレータの安定度が大きく異なる」と「データ数が不十分」という二つのポイントが該当するのではないかと考えられます。

GPS-DO と Z3801A は、使用している GPS 受信機と O-VCXO (オープン付き、SC カット) が両者で同等品です。一方、TV-DO の VCXO は、オープン無しの AT カットです。同期の基準が



図-2 : 相対値

GPS か TV かという相違点は、平均時間が長い領域での特性に差異を生じます。平均時間が短い領域では、自走オシレータの特性自体が支配的です。即ち、短期安定度の観点で SC カットと AT カットの特性差が大きく異なっているため、平均時間が短い領域で TCH 法が適用できていないと考えた訳です。これは、TV-DO の VCXO も SC カットにすれば確認可能であり、今後の課題とします。

平均時間が長い領域で TCH 法が適用できていない点は、「データ数が不十分」との理由を考えています。ある測定時間 (今回は24時間) で取得したデータからアラン標準偏差を計算する過程では、平均時間に比例して誤差が増大するという統計処理として本質的なものがあります。不確定性が大きな数値

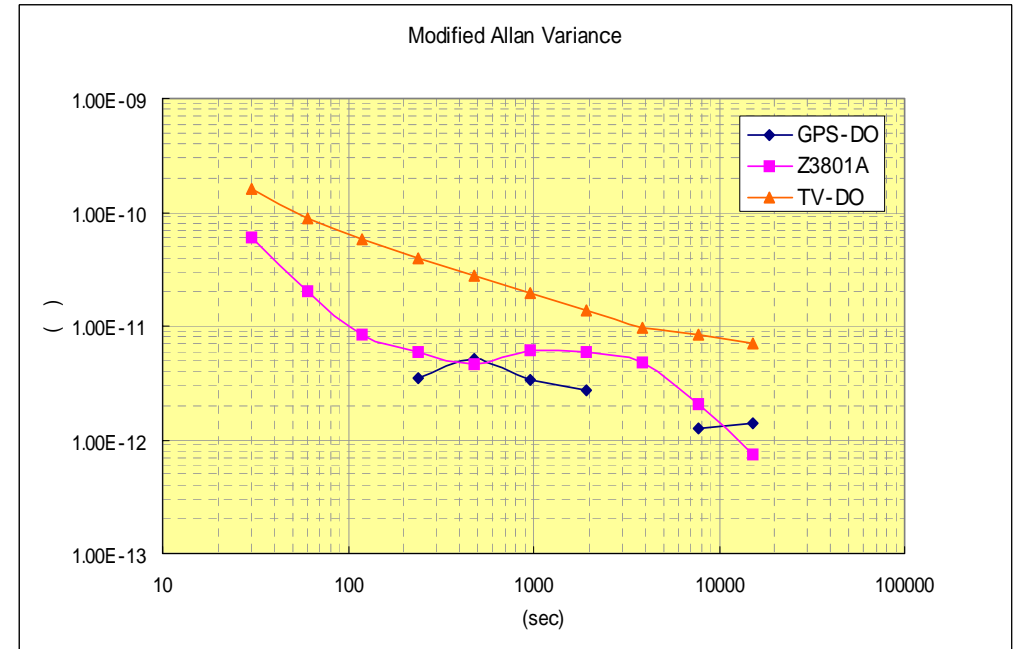


図-3 : 個別値

間で演算(TCH 法)を行なえば、その結果の不確定性も大きいと考えられます。この問題を解決するには、より長時間の測定が必要です。

GPS-DO については完全な特性が得られていませんが、Z3801A については平均時間 の全域について特性が計算できています。図-2 に示す GPS-DO/Z3801A の相対値(青線)と図-3 に示す Z3801A の個別値(ピンク色)を比較すると、両者の個別値は、ほぼ同等であろうと推定されます。GPS同期オシレータで特性を左右する GPS 受信機と O-VCXO が同等品であることから、周波数安定度の特性が同等と推定することは妥当と考えられます。

ただし、今回は24時間の測定を一回行なったただけなので、さらに長時間の測定を複数回行なうことで測定精度を上げることは必須です。

まとめ

測定系に課題が残るものの、自作 GPS-DO (O-VCXO に HP 10811 採用)の特性が Z3801A と同等であろうとの推定を得ることができました。

//

参考文献

[1] GPS 同期オシレータ - 測定データ編
武安義幸 / JA6XKQ

http://www.terra.dti.ne.jp/~takeyasu/GpsMsrData_1.pdf

[2] APPLICATION OF THE 3-CORNERED HAT METHOD TO THE ANALYSIS OF FREQUENCY STABILITY
W.J. Riley, Hamilton Technical Services

<http://www.wriley.com/3-CornHat.htm>

[3] GPS 同期オシレータ - 試験治具編
武安義幸 / JA6XKQ

http://www.terra.dti.ne.jp/~takeyasu/GpsTestJig_1.pdf