

## Calculating Geometric Polarization Rotation

Yoshiyuki Takeyasu / JA6XKQ

### 地理的な偏波回転の計算

武安義幸 / JA6XKQ

月面反射通信 (EME) での地理的な偏波回転の計算について調べたので、備忘録として残す。

#### はじめに

月面反射通信 (EME) において直線偏波を使用する場合は、地理的な偏波回転 (Geometric Polarization Rotation) と電離層による偏波回転 (Faraday Rotation) を補正しなくてはならない。マイクロ波では電離層による偏波回転はほとんど発生しないため、地理的な偏波回転のみを補正することになる。その偏波回転角度は送信点と受信点の緯度/経度で決まり、計算可能である。

WSJT [1] や EME Planner [2] では地理的偏波回転角度が表示されるので、ユーザーが自ら計算する場面はほとんど無いだろう。とは言うものの、計算の背景を知りたいと思い検索してみたが、意外とアマチュア無線向けの解説が少ない。EME 界限では N1BUG による解説 [3] が良く引用されているようだ。ただし、計算式は簡略化されているように見える。他には K2UYH による解説 [4] を発見したので示されている計算式を試してみるも、掲載されている計算例の数値を再現できなかった。

K2UYH が示している数式を自力では導出できないので、Google AI の Gemini [5] に MATLAB での計算コードを生成してもらうことにした。

#### Gemini による MATLAB コード

Gemini に与えた要件は次のとおり:

- 地球上の地点A(緯度A、経度A)から水平偏波で月へ送信する。
- その反射波を地点B(緯度B、経度B)で受信する。
- 地点Bでの月の方位角度をAZ、仰角をELとする。
- 地点Bでの偏波の角度はいくらか？ 偏波角度を求める計算式は？

この要件に対して Gemini は、月を無限遠点とした簡易的な計算式を示した。与えた要件を全て用いれば「月を無限遠点」とする仮定も必要なく、また、「簡易的な計算式」ではなく完全な式が得られることを指摘し、リスト-1 に示す MATLAB のコードを得た。

Gemini が示した計算の論理構成は次のとおり:

- 1 地点 A での月方向ベクトル  $k_A$  を算出する。
- 2 地点 A の水平偏波ベクトル  $p_A$  を定義する。これは「地点 A の天頂ベクトル」と「 $k_A$ 」の外積から求められ、地点 A の地平線に完全に沿ったベクトルとなる。
- 3 地点 B での基準ベクトル ( $h_B$ ,  $v_B$ ) を定義する。
- 4  $p_A$  を地点 B の基準へ投影して角度を出す。

数式としての表現:

$$p_A = \frac{u_A \times k_A}{|u_A \times k_A|}$$

$$h_B = \frac{u_B \times k_B}{|u_B \times k_B|}$$

$$v_B = k_B \times h_B$$

$$\psi = \tan^{-1}(p_A \cdot v_B, p_A \cdot h_B)$$

#### 検算

解説 [4] と EME Planner [2] の数値を使って リスト-1 の計算結果を確認する。解説 [4] の数値は次のとおり:

- 1989年10月14日 UTC 01:00
- 地点 A : 緯度 = 40:39:00 N, 経度 = 74:22:30 W
- 地点 B : 緯度 = 50:44:00 N, 経度 = 07:06:00 E
- 地点 A での月の方位と仰角 : AZ = 118.8 deg, EL = 37.7 deg
- 地点 B での月の方位と仰角 : AZ = 228.9 deg, EL = 35.3 deg
- 偏波回転角度 = -71 deg

EME Planner の数値は次のとおり:

- 1989年10月14日 UTC 01:00
- 地点 A : 緯度 = 40:39:00 N , 経度 = 74:22:30 W
- 地点 B : 緯度 = 50:44:00 N , 経度 = 07:06:00 E
- 地点 A での月の方位と仰角 : AZ = 118.80 deg , EL = 37.70 deg
- 地点 B での月の方位と仰角 : AZ = 228.85 deg , EL = 35.27 deg
- 偏波回転角度 = -71 deg

リスト-1 からは, 偏波回転角度 = -70.73 deg. が得られた. 三者で良い一致を示している. リスト-1 での計算は正しいと判断する. なお, 偏波回転角度の符号 “-” はアンテナ背面から見て反時計回りを, “+” は時計回りを示す.

## まとめ

月面反射通信 (EME) での地理的な偏波回転の計算について調査し, Google AI Gemini が生成した MATLAB での計算コードが正しいことを既存ツールでクロス・チェックした.



```
% --- 入力パラメータ ---
latA = 40.65; lonA = -74.375; % 送信点A
latB = 50.73; lonB = 7.1; % 受信点B

% 地点Aから見た月の位置(水平偏波の向きを決定するために必要)
azA = 118.8; elA = 37.7;
% 地点Bから見た月の位置
azB = 228.85; elB = 35.27;

d2r = pi/180;

% --- 1. ECEF座標系での各地点の天頂・東・北ベクトル関数 ---
[uA, eA, nA] = get_basis(latA, lonA, d2r);
[uB, eB, nB] = get_basis(latB, lonB, d2r);

% --- 2. 地点Aでの月方向ベクトル kA と 送信偏波 pA ---
% 方位角は北から時計回りとする
kA_local = [cos(elA*d2r)*cos(azA*d2r); cos(elA*d2r)*sin(azA*d2r); sin(elA*d2r)];
kA_ecef = kA_local(1)*nA + kA_local(2)*eA + kA_local(3)*uA;

% 地点Aでの水平偏波ベクトル (Horizontal = Up x kA)
pA = cross(uA, kA_ecef);
pA = pA / norm(pA);

% --- 3. 地点Bでの月方向ベクトル kB と 受信基準軸 ---
kB_local = [cos(elB*d2r)*cos(azB*d2r); cos(elB*d2r)*sin(azB*d2r); sin(elB*d2r)];
kB_ecef = kB_local(1)*nB + kB_local(2)*eB + kB_local(3)*uB;

% 地点Bでの「水平」基準軸
hB = cross(uB, kB_ecef);
hB = hB / norm(hB);
% 地点Bでの「垂直」基準軸 (波の進行方向に垂直な面内)
vB = cross(kB_ecef, hB);
vB = vB / norm(vB);

% --- 4. 偏波回転角の算出 ---
% 送信された偏波 pA が、地点Bの水平(hB)・垂直(vB)に対してどの角度にあるか
psi_rad = atan2(dot(pA, vB), dot(pA, hB));
psi_deg = psi_rad / d2r;

fprintf('地点Bでの偏波角度 (水平面からの傾き): %.2f 度\n', psi_deg);
```

リスト-1 : MATLAB による計算コード

## 参考文献

[1] WSJT Home Page, by K1JT et al.

<https://wsjt.sourceforge.io/index.html>

[2] The VK3UM EME Planner.

<https://www.vk5dj.com/doug.html>

[3] Paul Kelley, N1BUG, “Polarization of EME Signals: How to Succeed More Often.”

<https://www.g1ogy.com/www.n1bug.net/operate/emepol-1.html>

[4] Allen Katz, K2UYH, “POLARIZATION PRIMER – FOR EME OPERATION.”

Mid-Atlantic States VHF Conference 2014

<https://fairlawncarc.com/eme-info/PDF/K2UYH-4.pdf>

[5] Google Gemini.

<https://gemini.google.com/>

```
function [Up, East, North] = get_basis(lat, lon, d2r)
    Up = [cos(lat*d2r)*cos(lon*d2r); cos(lat*d2r)*sin(lon*d2r); sin(lat*d2r)];
    East = [-sin(lon*d2r); cos(lon*d2r); 0];
    North = cross(Up, East);
End
```

リスト-1(続き) : MATLAB による計算コード